Teorema di Fourier per i segnali periodici

Un segnale s(t) periodico con periodo T, purché integrabile, è esprimibile come la somma di un termine costante (valor medio del segnale) e di infinite sinusoidi, denominate armoniche, aventi frequenza multipla intera di quella del segnale armonica fondamentale, ampiezze e fasi determinate da opportuni coefficienti An e Bn calcolabili mediante integrazione.

I termini della somma costituiscono una serie detta di Fourier.

Frequenza fondamentale $f_0 = \frac{1}{T}$ frequenza della n-esima armonica $f_n = nf_0$

frequenza della n-esima armonica $\omega_n = n\omega_0$ con $n = 1,2,3 \dots\dots$ intero naturale

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)]$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)cos(n\omega_{0t})dt \qquad B_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)sen(n\omega_{0t})dt$$

$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)dt$ è il valor medio della s(t)

$s_{eff}(t) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt}$ è il valore efficace della s(t)

Forma complessa del teorema di Fourier $s(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[|C_n| \cos(n\omega_0 t + \theta_n)]$

$C_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$

ovvero $C_n = A_n + jB_n$ con $|C_n| = \sqrt{{A_n}^2 + {B_n}^2}$ e con $\vartheta_n = \angle C_n = \tan^{-1}\frac{A_n}{B_n}$

un segnale periodico dà luogo ad uno spettro in frequenza discreto.

Teorema di Fourier per i segnali non periodici

Il teorema di Fourier si applica anche ai segnali non periodici ma in tal caso lo spettro diventa continuo (ovvero non ci sono righe distinguibili l'una dall'altra) e non avremo più una serie ma un integrale di Fourier.

Un segnale s(t) purché integrabile, è esprimibile come la somma di un termine costante (valor medìo del segnale) e di infinite sinusoidi, ampiezze e fasi determinate da opportuni coefficienti A e B calcolabili mediante integrazione.