

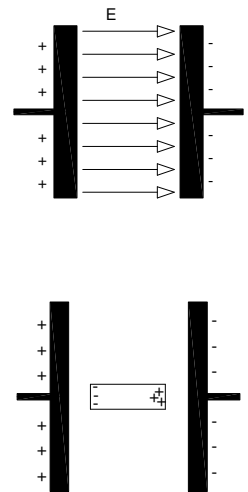
Induzione elettrostatica

Si immagini di avere nel vuoto due superfici piano-parallele su cui sono accumulate cariche elettriche di segno opposto tra le due superfici ma di valore assoluto uguale. Nello spazio compreso tra queste due superfici si crea un campo elettrico costante, in cui il vettore E ha direzione, verso e intensità uguali in ogni punto dello spazio compreso tra le due superfici. Se si introduce in questo campo elettrico una barretta di materiale metallico (quindi conduttore) si ha come effetto una concentrazione ai suoi estremi di cariche elettriche di segno opposto a quello delle cariche sulla superficie più vicina.

Di fatto, nella barretta, essendo conduttrice, gli elettroni sono liberi di muoversi sotto l'effetto delle forze coulombiane presenti nel campo elettrico e vengono attratti dalla superficie caricata positivamente creando sul lato opposto del conduttore delle "lacune" di elettroni e quindi delle cariche positive: si dice allora che nel conduttore si sono create delle cariche indotte.

Questo fenomeno porta a varie considerazioni:

- all'interno di un materiale metallico non si può mai avere alcun campo elettrico, diversamente si avrebbe una d.d.p. che le cariche libere di muoversi, annullerebbero;
- il fenomeno di induzione elettrostatica è reversibile, cioè tolta la causa (campo elettrico) si annulla l'effetto (cariche elettriche indotte);
- nei conduttori le cariche elettriche si concentrano sempre sulla superficie esterna in uno strato tanto più sottile quanto maggiore è il potenziale al quale il conduttore si trova;
- la concentrazione superficiale non vale solo per le cariche elettrostatiche, ma anche per cariche in movimento che, quindi, percorrono i conduttori rimanendo sulla loro superficie esterna.



Gabbia di Faraday

Il fatto che all'interno dei conduttori non esista campo elettrico è sfruttato nella gabbia di Faraday e in generale negli schermi elettrostatici costituiti da una rete metallica che si pone a protezione di apparecchiature delicate per evitare che esse siano influenzate da campi elettrici esterni; sullo stesso principio si basa la protezione degli edifici dalle scariche atmosferiche.

Costante dielettrica

Se tra due superfici piano parallele caricate elettricamente invece del vuoto si pone un materiale isolante qualsiasi (aria, mica, carta oleata, vetro) detto dielettrico, tutte le considerazioni fatte sull'induzione elettrostatica restano valide: cioè il dielettrico subisce l'influsso del campo elettrico che lo attraversa che si manifesta negli atomi che lo costituiscono. Quando l'atomo si trova immerso nel campo elettrico, sui suoi componenti agiscono le forze di attrazione/repulsione coulombiane: il nucleo positivo sarà attratto verso la parte negativa del campo, mentre gli elettroni negativi verso quella positiva. Ma trattandosi di un isolante l'atomo è un insieme indivisibile: tutto quello che avviene sarà uno spostamento reciproco tra nucleo ed elettroni con conseguente ovalizzazione delle orbite degli elettroni che quindi non saranno più simmetriche rispetto al nucleo stesso.

In queste condizioni l'atomo si presenta come un piccolissimo corpo immerso nel campo elettrico che presenta da una parte un eccesso di cariche positive e dall'altra un eccesso di cariche negative e quindi tutto il dielettrico risulta in uno stato di tensione elettrica, denominato polarizzazione dielettrica. Si può quindi pensare che su ogni minuscola porzione dello spazio interno al campo vi sia una faccia, che guarda l'armatura positiva, carica di una quantità Q negativa, alla quale corrisponde sulla faccia opposta una carica uguale Q positiva, rivolta verso l'armatura negativa: se considera una superficie unitaria rivolta verso un'armatura, su di essa vi sarà una carica corrispondente alla carica totale Q divisa per la superficie totale S valutata

perpendicolarmente alle linee di forza del campo elettrico:
$$D = \frac{Q}{S} \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

La grandezza D è chiamata induzione elettrica e rappresenta la quantità di elettricità che si accumula per induzione su una superficie unitaria posta all'interno del campo elettrico. Essa è espressa in coulomb/metro quadrato.

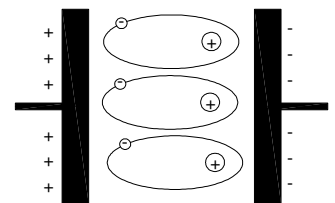
L'azione che il campo elettrico esercita sul dielettrico si può paragonare a quella che avviene in un corpo elastico: se lo si tira (causa), esso si deforma (effetto) e appena cessa la trazione riprende la forma iniziale. Se sollecitiamo il dielettrico (ossia gli applichiamo una forza elettrica creando una differenza di potenziale tra i suoi estremi), esso si deforma per questa causa e come effetto da luogo a una induzione elettrica. Se cessa la forza elettrica, scompare anche l'induzione da essa generata. Esiste un rapporto tra causa ed effetto, cioè tra forza e induzione: come la deformazione di un corpo elastico è proporzionale allo sforzo applicato, così l'induzione elettrica è proporzionale al campo elettrico E , ossia:

$$D = \epsilon E$$

Il coefficiente di proporzionalità ϵ è la costante dielettrica la quale caratterizza la natura del dielettrico, a significare che dielettrici diversi, sotto l'azione dello stesso campo elettrico, possono dare luogo a diversi valori di induzione.

Si può quindi dire che la costante dielettrica misura l'attitudine di un corpo isolante a immagazzinare cariche elettriche.

La sua unità di misura è farad/m [F/m], detta *costante dielettrica assoluta* e vale per il vuoto, l'aria asciutta o altri gas



$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} \frac{F}{m}$$

Per dielettrici diversi dal vuoto si definisce la costante dielettrica relativa

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (\text{adimensionale})$$

dove ϵ è la costante dielettrica assoluta

materiale	Costante dielettrica relativa
bachelite	6 ÷ 8
Carta impregnata con dielettrici clorurati	5,5 ÷ 6,5

Condensatore

Il *condensatore* è un componente elettrico che è in grado di immagazzinare al suo interno una certa quantità di carica elettrica e quindi una certa quantità di energia in un campo elettrostatico, nella teoria dei circuiti il *condensatore ideale* può mantenere la carica e l'energia accumulata all'infinito.

Un condensatore (indicato nei circuiti con la lettera C) è costituito da una coppia di armature separate da un dielettrico (isolante). La carica è immagazzinata sulla superficie delle armature, sul bordo a contatto con il dielettrico. Quindi all'esterno si avrà un campo elettrico pari a zero a causa dei due campi, uno positivo e uno negativo, che hanno per l'appunto stesso modulo ma segno (verso) opposto, mentre all'interno del dispositivo due volte il campo elettrico perché entrambi i campi, sia quello positivo che quello negativo, hanno stesso modulo e stesso verso. L'energia elettrostatica che il condensatore accumula si localizza nel materiale dielettrico che è interposto fra le armature.

Se si applica una differenza di potenziale tra le armature, le cariche elettriche si accumulano e si genera un campo elettrico all'interno del dielettrico. L'armatura collegata al potenziale più alto si carica positivamente, negativamente l'altra. Le cariche positive e negative sono uguali ed il loro valore assoluto costituisce la carica Q del condensatore. La carica è proporzionale alla tensione applicata e la costante di proporzionalità è una caratteristica di quel particolare condensatore che si chiama capacità elettrica e si misura in farad:

$$C = \frac{Q}{V} \quad F=C/V \quad \text{Farad=Coulomb/Volt}$$

Il Farad è una unità di misura molto grande, abitualmente si usano mF, μ F, nF e pF.

Quindi possiamo dire che la capacità è la quantità di carica accumulata dal condensatore per unità di tensione.

La capacità di un condensatore dipende dalle sue caratteristiche geometriche.

In un condensatore piano (armature piane e parallele) C è proporzionale al rapporto tra la superficie S di una delle armature affacciata sull'altra, e la loro distanza d. La costante di proporzionalità è una caratteristica dell'isolante interposto e si chiama costante dielettrica assoluta o permittività elettrica assoluta e si misura in farad/m.

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

Visto quanto detto sulla costante dielettrica relativa la capacità di un condensatore piano a facce parallele è quindi:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

In figura non sono rappresentati i cosiddetti effetti di bordo ai confini delle facce parallele dove le linee di forza del campo elettrico da una faccia all'altra non sono più rettilinee ma via via più curve.

Scarica disruptiva

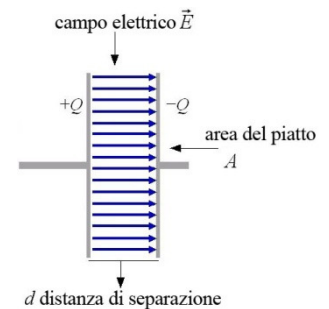
All'interno del dielettrico inserito tra le due armature di un condensatore piano di capacità C sottoposto a una d.d.p. U e quindi con una quantità di carica Q = CU sulle stesse armature, si forma un campo elettrico E costante in ogni punto del dielettrico il cui modulo vale:

$$E = \frac{V}{d}$$

diretto perpendicolarmente alle superfici delle armature verso l'armatura caricata negativamente.

Questo campo E è il responsabile della polarizzazione del dielettrico, nei cui atomi le orbite degli elettroni si ovalizzano.

Se la U applicata ai poli A e B del condensatore supera un certo valore, specifico per ogni dielettrico, si spezzano i forti legami atomici degli elettroni e alcuni di questi si liberano creando una scarica elettrica. Se il dielettrico è l'aria una volta che la U diminuisce al di sotto del valore che ha generato la scarica esso riacquista la sua proprietà isolante; se invece il dielettrico è un solido questa scarica, detta **disruptiva**, lo perfora danneggiandolo irrimediabilmente. Per questo motivo per ogni tipo di condensatore è fissato un valore massimo di tensione di lavoro di sicurezza. La caratteristica del dielettrico che dà il valore che il



campo elettrico E deve raggiungere perché si crei la scarica disruptiva è chiamata **rigidità dielettrica**, comunemente indicata in [kV/cm], e per l'aria ha il valore di 20 kV/cm.

Esempio

Tra due piastre metalliche di superficie $S = 25 \text{ cm}^2$, poste parallelamente nell'aria a una distanza $d = 1 \text{ cm}$, si applica una d.d.p. $U = 10 \text{ kV}$. Si cerca il valore del campo elettrico E nello spazio interposto tra le due piastre, la carica elettrica totale Q distribuita sulle due facce contrapposte è di verificare, se in queste condizioni, avviene o non avviene la scarica disruptiva nel dielettrico (aria) interposto.

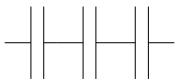
$$E = \frac{U}{d} = \frac{10^4}{10^{-2}} = \frac{10 \text{ kV}}{\text{cm}}$$

che risulta inferiore al valore di 20 kV/cm, di conseguenza non avviene la scarica disruptiva tra le due piastre attraverso l'aria.

$$Q = CU = \epsilon_0 \frac{S}{d} U = \frac{25 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4}{36 \pi \cdot 10^9 \cdot 10^{-2}} = 22 \text{ nC}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{36 \pi \cdot 10^9 \cdot 10^{-2}} = 2,2 \text{ pF}$$

Capacità in serie e in parallelo

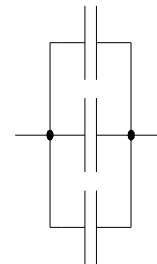


La capacità equivalente di tre capacità in serie è data dall'inverso della somma degli

Inversi
$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

La capacità equivalente di tre capacità in parallelo è data dalla loro somma

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$



Carica e scarica di un condensatore

Il condensatore C è considerato inizialmente scarico, gli interruttori T_1 e T_2 aperti. Alla chiusura di T_1 il condensatore si carica con una tensione che si porta al valore finale E seguendo la formula $v_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

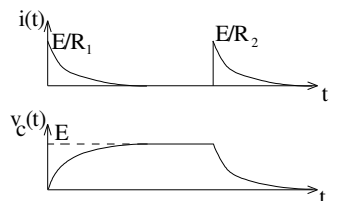
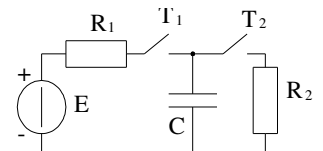
La costante di tempo $\tau = R_1 C$ è determina il tempo di carica, in generale dopo 5τ il condensatore può essere considerato carico al valore E di tensione.

Su R_1 inizialmente scorre una corrente E/R_1 che diminuisce man mano che il condensatore si carica, e si azzerava quando il condensatore è carico. $i(t) = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}$

Ora apriamo T_1 e chiudiamo T_2 , il condensatore si scarica con una corrente su R_2 , con la tensione che si porta a zero seguendo la formula $v_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$

Su R_2 inizialmente scorre una corrente E/R_2 che diminuisce man mano che il condensatore si scarica, e si azzerava quando il condensatore è scarico completamente. $i(t) = \frac{E}{R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}$

La costante di tempo $\tau = R_2 C$ è determina il tempo di scarica, in generale dopo 5τ il condensatore può essere considerato scarico ovvero con tensione nulla ai suoi capi.



Energia accumulata

Quando il condensatore si carica ad un valore di tensione U sulle sue armature accumula energia

$$E_n = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU$$

E_n [=] J	energia
U [=] V	tensione
C [=] F	capacità
Q [=] C	carica elettrica