

IMPEDENZA E LEGGE DI OHM

Il concetto di impedenza ci permette di generalizzare la legge di Ohm estendendola ai circuiti funzionanti in regime sinusoidale o come comunemente si dice in alternata.

Essa tiene conto dei fenomeni di consumo di energia elettrica e dei fenomeni di accumulo di energia elettromagnetica.

L'impedenza è descritta matematicamente da un numero complesso, la cui parte reale rappresenta il fenomeno dissipativo e corrisponde alla resistenza elettrica, R , nella schematizzazione con elementi in serie; la parte immaginaria, detta reattanza, X , è associata ai fenomeni energetici di accumulo con capacità e induttanza.

Indicando con \dot{V} e \dot{I} i numeri complessi che rappresentano tensione e corrente, l'impedenza è esprimibile come:

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \dot{Z} = R + jX$$

dove con j si è indicata l'unità immaginaria.

$$\dot{U} = \dot{Z}\dot{I}$$

\dot{Z} è l'impedenza,

R è la resistenza parte reale dell'impedenza,

X è la reattanza parte immaginaria dell'impedenza

Il modulo dell'impedenza corrisponde al rapporto dei valori efficaci di tensione e corrente:

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{|\dot{U}|}{|\dot{I}|}$$

Il suo argomento ovvero la sua fase è:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \text{fase di } \dot{U} - \text{fase di } \dot{I} = \angle \dot{U} - \angle \dot{I}$$

In notazione polare, o esponenziale, l'impedenza si rappresenta come: $\dot{Z} = Z e^{j\varphi} = \frac{V}{I} e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$

L'inverso di impedenza, resistenza e reattanza sono : ammettenza: $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}$ conduttanza $G = \frac{1}{R}$ suscettanza $B = \frac{1}{X}$

Impedenze in serie e parallelo

Se poniamo N impedenze in serie abbiamo: $\dot{Z}_S \sum_{i=1}^N \dot{Z}_i$ (la Z equivalente è uguale alla somma delle singole Z)

Se poniamo N impedenze in parallelo abbiamo: $\frac{1}{\dot{Z}_P} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\dot{Z}_i}$ (la Z_P equivalente è uguale all'inverso della somma degli inversi delle singole Z)

Si può anche dire che in serie si sommano le Z in parallelo si sommano le Y

IN SERIE $Z_S = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_N$
 IN PARALLELO $Y_P = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_N$

L'impedenza caratteristica del vuoto è una costante universale definita come:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376,73 \Omega$$

μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto

La propagazione di un'onda elettromagnetica nel vuoto avviene con impedenza pari a questa costante.

La velocità di propagazione di un'onda elettromagnetica nel vuoto è $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

$\dot{Z} = R + jX$ X è la reattanza

La reattanza offerta da una capacità è $X = -\frac{1}{\omega C}$

La reattanza offerta da una induttanza è $X = \omega L$

Se consideriamo la serie RLC $\dot{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$

Quindi R è la parte reale di un'impedenza, C ed L sono invece i componenti passivi che determinano la parte immaginaria

La R consuma potenza quando è attraversata da corrente sia in continua ($\omega=0$) che in alternata

Sui componenti reattivi L e C in alternata si accumula energia e poi viene rilasciata durante ogni ciclo

In continua $\omega=0$ quindi

L'impedenza offerta da una capacità è infinita – circuito aperto – la corrente su C vale 0

L'impedenza offerta da una induttanza vale 0 – la tensione su L vale sempre 0

Chiariamo

R si misura in Ω , ωL si misura in Ω , $\frac{1}{\omega C}$ si misura in Ω , Il modulo di Z si misura in Ω

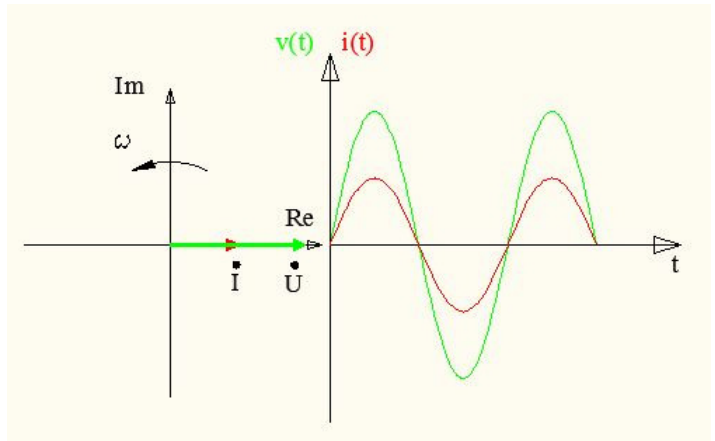
Ora vediamo come si comportano tensione e corrente su una resistenza R, una induttanza L e una capacità C

$$1. \quad \dot{Z} = R \qquad \dot{U} = RI$$

Tensione e corrente sono in fase
Raggiungono massimi e minimi nello stesso istante
 $v(t) = V \sin(\omega t)$
 $i(t) = I \sin(\omega t)$

$$\frac{|\dot{U}|}{|\dot{I}|} = \frac{V}{I} = R$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{0}{R} = 0$$



$$2. \quad \dot{Z} = j\omega L \qquad \dot{U} = j\omega LI$$

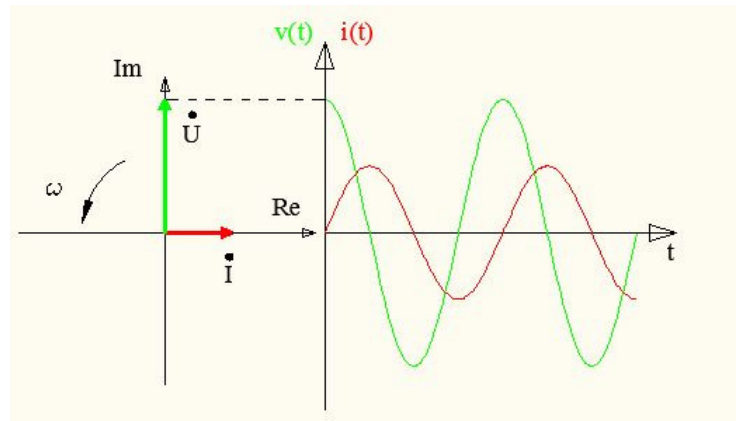
La Tensione è in anticipo di 90° rispetto alla corrente

$$v(t) = V \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$i(t) = I \sin(\omega t)$$

$$\frac{|\dot{U}|}{|\dot{I}|} = \frac{V}{I} = \omega L$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{0} = \tan^{-1} \infty = 90^\circ$$



$$3. \quad \dot{Z} = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} I$$

La Tensione è in ritardo di 90° rispetto alla corrente

$$v(t) = V \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$i(t) = I \sin(\omega t)$$

$$\frac{|\dot{U}|}{|\dot{I}|} = \frac{V}{I} = \frac{1}{\omega C}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{-\frac{1}{\omega C}}{0} = \tan^{-1} -\infty = -90^\circ$$

