Teorema di Fourier per i segnali periodici

Un segnale s(t) periodico con periodo T, purché integrabile, è esprimibile come la somma di un termine costante (valor medio del segnale) e di infinite sinusoidi, denominate armoniche, aventi frequenza multipla di quella dei segnale armonica fondamentale , ampiezze e fasi determinate da opportuni coefficienti An e Bn calcolabili mediante integrazione.
I termini della somma costituiscono una serie detta di Fourier.

Frequenza fondamentale $f_0 = \frac{1}{T}$ frequenza della n-esima armonica $f_n = nf_0$

frequenza della n-esima armonica $\omega_n = n\omega_0$ con $n = 1,2,3 \dots \dots$ intero naturale

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)]$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)cos(n\omega_{0t})dt \qquad B_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)sen(n\omega_{0t})dt$$

$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)dt$ è il valor medio della s(t)

$s_{eff}(t) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt}$ è il valore efficace della s(t)

Forma complessa del teorema di Fourier $s(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[|C_n| \cos(n\omega_0 t + \theta_n)]$

$$C_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s\,(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$$

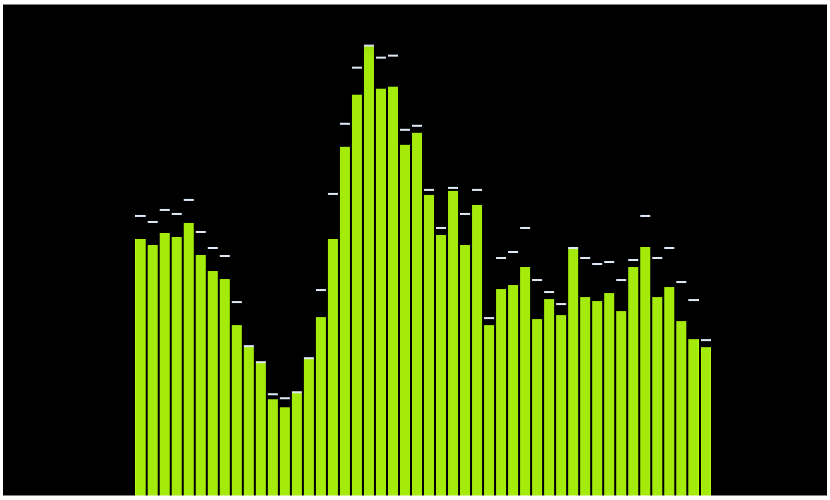
ovvero $C_n = A_n + jB_n$ con $|C_n| = \sqrt{{A_n}^2 + {B_n}^2}$ e con $\vartheta_n = \angle C_n = \tan^{-1}\frac{A_n}{B_n}$

un segnale periodico dà luogo ad uno spettro in frequenza discreto,

Il teorema di Fourier si applica anche ai segnali non periodici ma in tal caso lo spettro diventa continuo (ovvero non ci sono righe distinguibili l'una dall'altra) e non avremo più una serie ma un integrale di Fourier.

Un segnale s(t) purché integrabile, è esprimibile come la somma di un termine costante (valor medio del segnale) e di infinite sinusoidi, ampiezze e fasi determinate da opportuni coefficienti A e B calcolabili mediante integrazione.

Se pensiamo che qualunque grandezza fisica può essere espressa come funzione continua e integrabile nel tempo possiamo affermare che si può sempre rappresentare una grandezza fisica come somma di sinusoidi.
Esempi:
L'orecchio umano percepisce solo i suoni che vanno da 15 a 20.000 oscillazioni al secondo. Al di sotto abbiamo gli infrasuoni, al di sopra gli ultrasuoni. Il sonar, ma anche i delfini ed i pipistrelli percepiscono gli ultrasuoni mentre gli elefanti, i pesci ed i cetacei percepiscono gli infrasuoni. La nostra voce contiene frequenze all'interno di questo campo.



Quando parliamo emettiamo tante frequenze tutte insieme.
Un equalizzatore ci può far vedere quali sono queste frequenze.
Ognuna della barre in figura rappresenta un intervallo di frequenza e la sua altezza il “volume” di quell’intervallo di frequenza.

NOME DELLA NOTA	**SIGLA DELLA NOTA**	**FREQUENZA**
DO2	C2	66 Hz
DO#2	C#2	70 Hz
RE2	D2	74 Hz
RE#2	D#2	78 Hz
MI2	E2	83 Hz
FA2	F2	88 Hz
FA#2	F#2	93 Hz
SOL2	G2	98 Hz
SOL#2	G#2	104 Hz
LA2	A2	110 Hz
LA#2	A#2	117 Hz
SI2	B2	124 Hz

Una nota pura è una sinusoide e qui a lato sono riportate le frequenze dal DO2 al SI2
Ogni ottava la frequenza raddoppia

LA2 110Hz
LA3 220Hz
LA4 440Hz

Noi emettiamo insieme tante frequenze che contraddistinguono il nostro timbro di voce.

Un circuito elettronico è sempre analizzato nei suoi funzionamenti a diverse frequenze