SISTEMI NUMERICI POSIZIONALI binario, esadecimale

Il sistema numerico binario è un **sistema numerico posizionale** in **base 2**, cioè che utilizza 2 simboli, tipicamente 0 e 1, invece dei 10 del sistema numerico decimale tradizionale (0, 1,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9).
Di conseguenza, la cifra in posizione *n* (da destra) si considera moltiplicata per 2^n anziché per 10^n come avviene nella numerazione decimale.

$(125)_{10} = 1*10^2 + 2*10^1 + 5*10^0$

Il numero in piccolo come pedice fuori della parentesi indica la base con cui è scritto il numero quindi

$(1101)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = (13)_{10}$

in questo modo un numero binario può essere facilmente convertito in un numero decimale

1	2	5	,	3	4	6	Numero in base 10
centinaia	decine	unità		decimi	centesimi	millesimi	
10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	
Posizione 2	Posizione 1	Posizione 0		Posizione -1	Posizione -2	Posizione -3	
100	20	5		0,3	0,04	0,006	Valore delle singole cifre

1	0	1	,	0	1	1	Numero in base 2
2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	
Posizione 2	Posizione 1	Posizione 0		Posizione -1	Posizione -2	Posizione -3	
4	2	1		½=0,5	¼=0,25	1/8=0,125	peso in base 10
1*4=4	2*0=0	1*1=1		0,5*0=0	0,25*1=0,25	0,125*1=0,125	Valore delle singole cifre in base 10
4+1+0,25+0,125=**5,375** **Valore dell'intero numero in base 10**							

Il **sistema numerico esadecimale** (spesso abbreviato come **esa** o **hex**) è un **sistema numerico posizionale** in base 16 che utilizza 16 simboli invece dei 10 del sistema numerico decimale tradizionale. Per l'esadecimale si usano in genere simboli da 0 a 9 per le prime dieci cifre, e poi le lettere da A a F per le successive sei cifre, per un totale di 16 simboli

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

1	A	4	,	A	C	E	Numero in base 16
16^2	16^1	16^0		16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	
Posizione 2	Posizione 1	Posizione 0		Posizione -1	Posizione -2	Posizione -3	
256	16	1		1/16=0,0625	1/256=0,00390625	1/4096	peso in base 10
256*1=**256**	16*10=**160**	1*4=**4**		10/16=**0,625**	12/256= **0,046875**	14/4096= **0,00341796875**	Valore delle singole cifre in base 10
256+160+4+0,625+0,046875+0,00341796875=**420,67529296875** **Valore dell'intero numero in base 10**							

Nella seguente tabella sono confrontate le rappresentazioni binarie, esadecimali e decimali dei numeri da zero a quindici

Binario	Esadecimale	Decimale
0	0	0
1	1	1
10	2	2
11	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

Il sistema numerico binario è usato in informatica, grazie alla semplicità di realizzare fisicamente un elemento con due stati anziché un numero di stati superiore, ma anche per la corrispondenza con i valori logici di vero e falso.

Il sistema numerico binario ha molti *padri*. Il primo a proporne l'uso fu Juan Caramuel con la pubblicazione del volume "Mathesis biceps. Vetus, et noua" (1669) pubblicata nella sua sede vescovile di Campagna in provincia di Salerno. Se ne trova traccia anche nelle opere di Nepero (1550-1617). Successivamente, il matematico tedesco Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) ne studiò per primo l'aritmetica. Questa è la ragione per cui questo sistema di numerazione è considerato tra le sue più grandi invenzioni. Però non ebbe un seguito immediato. L'aritmetica binaria venne ben presto dimenticata e riscoperta solo nel 1847 grazie al matematico inglese George Boole (1815-1864) che aprirà l'orizzonte alle grandi scuole di logica matematica del '900 e soprattutto alla nascita del calcolatore elettronico.

Anche se il numero ha la virgola il meccanismo che definisce il peso di ogni cifra è lo stesso considerando le posizioni a destra della virgola negative

$$(125{,}346)_{10} = 1*10^2 + 2*10^1 + 5*10^0 + 3*10^{-1} + 4*10^{-2} + 10^{-3}*6$$
$$(1101{,}11)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} = (13{,}75)_{10}$$
$$(1A5,C)_{16} = 1*16^2 + 10*16^1 + 5*16^0 + 12*16^{-1} = (421{,}75)_{10}$$

$(11{,}11)_{10} = 1*10^1 + 1*10^0 + 1*10^{-1}$

$(11{,}11)_{16} = 1*16^1 + 1*16^0 + 1*16^{-1} = 16+1+0{,}0625 = (17{,}0625)_{10}$

$(11{,}11)_2 = 1*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} = 4+1+0{,}5 = (5{,}5)_{10}$