

ALGEBRA DI BOOLE

L'algebra di Boole è un insieme di regole matematiche; per rappresentare queste regole si utilizzano **variabili logiche, funzioni logiche, operatori logici.**

variabili logiche: si indicano solitamente con lettere maiuscole e possono assumere solo due valori 0 o 1, questi due valori corrispondono, in un circuito elettronico, ad un livello di tensione basso (low - L) o alto (high -H).

In una proposizione logica corrispondono al Vero o Falso.

funzioni logiche: esprimono il legame tra le variabili

operatori logici: sono ciò che permette di legare le variabili logiche per costruire le funzioni.

Ci sono tre operatori logici fondamentali: NOT = negazione, OR = somma logica, AND = prodotto logico

A	\bar{A}	L'operatore NOT si scrive con una linea sopra la lettera indicante la variabile logica A ; NOT di A = \bar{A}
0	1	
1	0	

La doppia negazione corrisponde ad una affermazione $\bar{\bar{A}} = A$

input			AND	NAND	AND	NAND
A	B	C	$A*B*C$	$\bar{A} * \bar{B} * \bar{C}$	Basta che un ingresso sia zero perché l'uscita sia zero	Basta che un ingresso sia zero perché l'uscita sia uno
0	0	0	0	1	Solo se tutti gli ingressi sono a uno l'uscita è uno	Solo se tutti gli ingressi sono a uno l'uscita è zero
0	0	1	0	1		
0	1	0	0	1		
0	1	1	0	1		
1	0	0	0	1		
1	0	1	0	1		
1	1	0	0	1		
1	1	1	1	0		

$$A * A = A \quad A * 1 = A \quad A * 0 = 0 \quad A * \bar{A} = 0$$

A	B	C	$A+B+C$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	OR	NOR
0	0	0	0	1	Basta che un ingresso sia uno perché l'uscita sia uno	Basta che un ingresso sia uno perché l'uscita sia zero
0	0	1	1	0	Solo se tutti gli ingressi sono a zero l'uscita è zero	Solo se tutti gli ingressi sono a zero l'uscita è uno
0	1	0	1	0		
0	1	1	1	0		
1	0	0	1	0		
1	0	1	1	0		
1	1	0	1	0		
1	1	1	1	0		

$$A + A = A \quad A + 1 = 1 \quad A + 0 = A \quad A + \bar{A} = 1$$

A	B	$A \oplus B$	$\overline{A \oplus B}$	EX-OR	EX-NOR
0	0	0	1	Se gli ingressi sono uguali l'uscita è zero	Se gli ingressi sono uguali l'uscita è uno
0	1	1	0		
1	0	1	0	Se gli ingressi sono diversi l'uscita è uno	Se gli ingressi sono diversi l'uscita è zero
1	1	0	1		

$$A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$$

$$A * B = B * A$$

$$A * (B * C) = (A * B) * C$$

$$A * (B + C) = A * B + A * C$$

$$\overline{A * B} = \bar{A} + \bar{B}$$

proprietà commutativa

proprietà associativa

proprietà distributiva

teorema di De Morgan

$$A + B = B + A$$

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$A + (B * C) = (A + B) * (A + C)$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} * \bar{B}$$